

1.

Digues, de manera raonada, si les afirmacions següents són certes o falses.

a) $\sqrt[3]{-343}$ és un nombre racional.

b) El nombre real $\frac{2 + \pi}{5}$ està comprès entre els nombres naturals 1 i 2.

c) -4 és un nombre racional.

d) El resultat de $\sqrt{12} + 3\sqrt{3} - \sqrt{75}$ és 0.

2.

Expressa de manera exacta:

L'àrea lateral d'un con de 5 cm de radi de la base i 12 cm d'altura.

El radi d'una esfera de 27 cm^3 de volum.

La hipotenusa d'un triangle rectangle, un dels catets del qual mesura el doble que l'altre.

3.

Calcula i expressa de la manera més senzilla possible:

a) $(3\sqrt{2} + 7\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 7\sqrt{3})$

b) $3\sqrt{75} - \sqrt{300} + \frac{1}{2}\sqrt{12}$

c) $(5 + 2\sqrt{7}) - (5 - 2\sqrt{7})$

4.

Fes les operacions indicades, racionalitzant prèviament les expressions fraccionàries:

a) $\frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} - \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$

b) $\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{3}{\sqrt{32}} \right)$

5.

La hipotenusa d'un triangle rectangle és el triple que un catet. Busqueu:

a) El valor dels angles d'aquest triangle.

b) La relació entre la hipotenusa i l'altre catet.

6.

Els costats d'un triangle són de longituds 8 cm, 11 cm i 13 cm. Calcula el valor del sinus de l'angle més petit.

7.

D'un triangle sabem que la suma de les longituds de dos costats a i b és d'11 m, que l'angle C oposat al tercer costat val 30° i que l'area és de 7 m^2 .

Calcula:

- La longitud de cada un dels costats del triangle.
- Els angles del triangle.

8.

Donats els punts $Q(3, 2)$ i $R(-1, 5)$, quines coordenades ha de tenir el punt P per tal que $3\vec{PQ} - 2\vec{QR} = \vec{0}$?

9.

Els punts $A(1, 2)$, $B(5, 3)$ i $C(6, 5)$ són els tres vèrtexs consecutius d'un paral·lelogram. Troba les coordenades del quart vèrtex D i les del punt d'intersecció de les diagonals.

10.

Sigui r la recta d'equació $3x - 5y + 2 = 0$. Troba les equacions de les rectes paral·lela i perpendicular a r que passen pel punt $(-15, 4)$.

11.

Els punts $A(2, 5)$, $B(6, 8)$ i $C(22, d)$ estan alineats. Calcula d .

12.

Determina el valor de a perquè la recta $x - 2ay = 1$ i la recta $x + 3y = 8$ siguin:

- Paral·leles.
- Perpendiculars.

13.

Donades les rectes $3x - y - 1 = 0$ i $x + 3y - 12 = 0$.

Demostra que les dues rectes anteriors són perpendiculars.

Calcula el punt d'intersecció de les dues rectes.

14.

Contesta raonadament les qüestions següents:

- En restar dos polinomis de tercer grau obtenim un polinomi de segon grau. Quina relació hi ha entre els coeficients de més grau dels dos polinomis?
- Un polinomi $P(x)$ és divisible per $x + 1$. Per a quin valor es verifica $P(x) = 0$?
- El grau d'un polinomi $P(x)$ és 3. Quin és el grau del polinomi $[P(x)]^2$?
- Si $x = 2$ és una arrel de $P(x)$, què podem afirmar sobre el valor de $P(2)$?

15.

Determina el valor de k per tal que $P(x) = x^4 - 2x^3 + 7x + k$ sigui divisible per $x + 1$.

16.

Troba les arrels del polinomi $P(x) = x^4 - 6x^3 + 10x^2 + 6x - 11$ i realitza'n la factorització.

17.

Calcula els següents límits:

$$\lim \frac{n^2 - n + 1}{2n - 5}$$

$$\lim \frac{5n + 3}{2 - n}$$

$$\lim \frac{2n + 3}{n^3 - 1}$$

$$\lim (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 1})$$

$$\lim \left(\frac{n + 5}{n - 1} \right)^{2n^2 + 1}$$

$$\lim \left(\frac{2n - 1}{n + 3} \right)^{\frac{n^2 + 1}{2n^2 - 5}}$$

18.

Troba el domini de les funcions següents. Representa també gràficament les funcions dels apartats a), b) i c) i indica'n el recorregut

a) $f(x) = 5$

b) $f(x) = -2x + 1$

c) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

d) $f(x) = \frac{5x - 4}{x^2 - 4x}$

e) $f(x) = \sqrt{2x - 7}$

f) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$

g) $f(x) = \frac{4x + 7}{\sqrt{2x}}$

h) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

i) $f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq 0 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$

19.

Siguin $f(x) = \frac{3x - 2}{x + 3}$, $g(x) = \frac{x^2}{x + 3}$ i $h(x) = x^2 - 1$. Calcula:

a) $f + g$ b) $f \cdot g$ c) $f : g$ d) $f \circ h$

20.

I) Troba la funció inversa de:

a) $f(x) = \frac{x - 1}{3x + 2}$ b) $g(x) = 2x - 5$

II) Comprova que $(g^{-1} \circ g)(x) = x$

21.

Un venedor té un salari mensual que està determinat per un sou fix més un cert percentatge sobre el volum de vendes que ha fet durant el mes. Si ven per valor de 2000 €, el seu salari és de 1200 € i, si ven per valor de 2500 €, el salari és de 1300 €. Troba el percentatge que guanya sobre el total de vendes i el sou fix.

22.

Calcula els límits següents:

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 4}{x^2 - 16}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6}{x^2 - 3x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 5}{x} - \frac{2x^3 - 1}{x^2} \right)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 7x}{2 + x^2} \right)^{3x - 2}$$

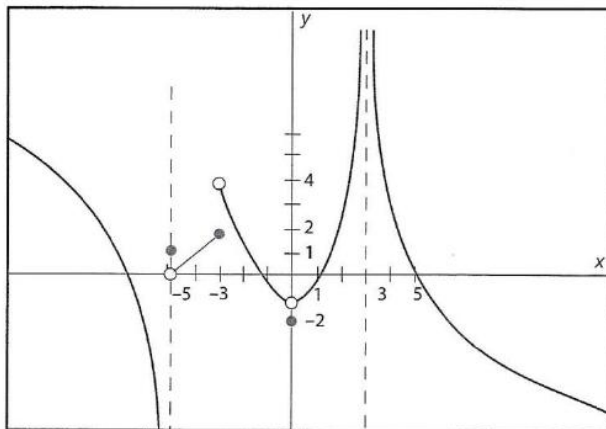
23.

Estudia la continuïtat de la següent funció en $x = -1$ i en $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 2 & \text{si } x \leq -1 \\ 4 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

24.

A partir de la gràfica de la funció següent, fes l'estudi de la continuïtat en els punts que s'indiquen en la taula:



punts	$x = -5$	$x = -3$	$x = 0$	$x = 3$
imatges	$f(-5) =$	$f(-3) =$	$f(0) =$	$f(3) =$
càlcul de límits laterals	$\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$	$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$
tipus de discontinuïtat				

25.

Troba el domini i estudia la continuïtat de la funció

$$f(x) = \frac{2x - 6}{x^2 - 9}$$

26.

Fes una taula de valors i representa gràficament en els mateixos eixos de coordenades cadascuna de les funcions següents:

$$f(x) = 3^x$$

$$g(x) = \log_3 x$$

Elabora també una llista de les característiques de cada corba i compara-les.

27.

Resol les equacions o sistemes següents:

a) $\log_5 x = -3$

b) $3^{x+1} = 150$

c) $9^x - 3^{x+1} - 54 = 0$

d) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$

e) $2 \log x = \log(3 - x) + \log 4$

f) $\left. \begin{array}{l} \log x + \log(y + 12) = 1 \\ 2x - y = 4 \end{array} \right\}$

28. Deriva i simplifica.

$f(x) = 5$	$f(x) = -2x$	$f(x) = -2x + 2$
$f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$	$f(x) = -2x^2 - 5$	$f(x) = 2x^4 + x^2 - x^2 + 4$

$f(x) = \frac{x^3 + 2}{3}$	$f(x) = \frac{1}{3x^2}$	$f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$
$f(x) = (5x^2 - 3) \cdot (x^2 + x + 4)$	$f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + 3x)$	$f(x) = \frac{3x^3 + x + 2}{5x^2 + 1}$

1. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	2. $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}}$	3. $g(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$
4. $y = \text{Ln}(x^4 - 3x^2 - 1)$	5. $y = \cos \sqrt{x^2 + 2x}$	6. $f(x) = 2^{\text{sen}3x}$
		7. $g(x) = \text{sen}(e^{3x+2})$
		8. $f(x) = \text{Ln}(\text{arc tag } x)$

29. Donada la funció $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$

- Troba la recta tangent a $f(x)$ en $x=1$
- Troba la recta tangent a $f(x)$ en $x=3$
- Troba la recta normal a $f(x)$ en $x=1$
- Troba la recta normal a $f(x)$ en $x=3$

30.

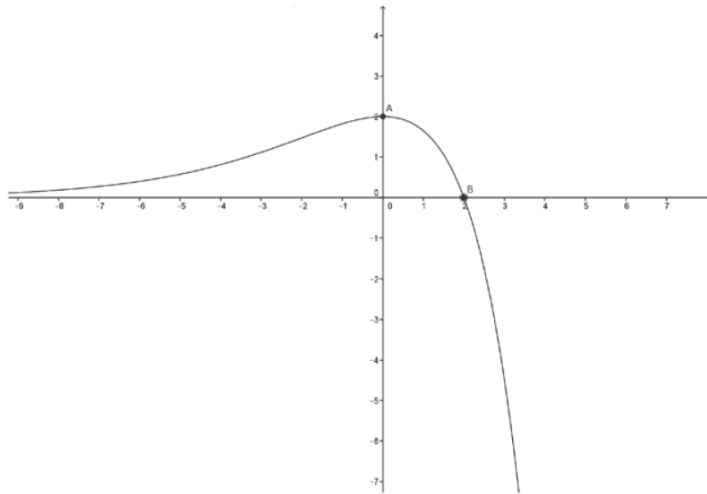
Siguin les funcions $f(x) = \frac{e^{ax} + b}{4}$ i $g(x) = +\sqrt{3x + 4}$.

a) Determineu el domini i el recorregut de la funció g .

b) Calculeu per a quins valors de a i de b les gràfiques de les dues funcions són tangents (és a dir, tenen la mateixa recta tangent) en el punt d'abscissa $x = 0$.

31.

La funció $f(x) = (b - x)e^{ax}$, amb a i b constants, té la representació gràfica següent



i sabem que passa pels punts $A = (0, 2)$ i $B = (2, 0)$, i que en el punt A la recta tangent a la gràfica és horitzontal. Calculeu els valors de a i b .